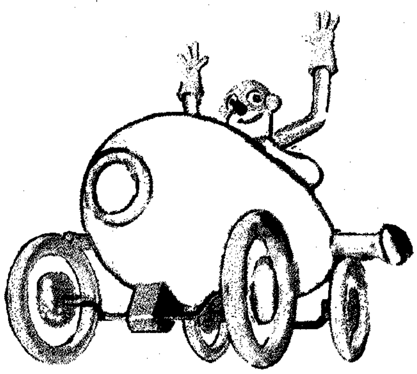
Ein Klassenwettbewerb für die Jahrgangssstufen 10 und 11

ACADEMIE DE STRASBOURG

Institut de Recherche de l'Enseignement des Mathématiques
Inspection Pédagogique Régionale de Mathématiques
6, rue de la Toussaint
67061 Strasbourg Cedex

Mathematik ohne Grenzen

Wettbewerb vom11. 3. 99



- ***Für die Aufgaben 6, 7 und 10 ist keine Erklärung notwendig.***
- ***Die Darstellung wird mitbewertet.***
- ***Für jede Aufgabe, auch für ungelöste, ist ein gesondertes Lösungsblatt abzugeben.***

Aufgabe 1
10 Punkte

Konstruktive Zusammenarbeit

Die Lösung soll in einer der vier Fremdsprachen verfasst werden und mindestens 30 Wörter umfassen.

Gaston a des difficultés avec le devoir de mathématiques suivant:

«On donne un rectangle ABCD et un segment [DE] dans le prolongement de [AD].

Construire un rectangle DEFG de même aire que ABCD sans faire de mesures.»

Il téléphone à Etienne qui a trouvé la solution.

Quel programme de construction Etienne doit-il transmettre à Gaston et comment doit-il lui expliquer que les rectangles ABCD et DEFG ont la même aire?

* * * * *

Gaston can't do his maths homework. Here it is:

«Let ABCD be a rectangle and [DE] a segment which is the prolongation of [AD]. Without taking any mesurements construct a second rectangle DEFG whose area is the same as ABCD's.»

Then Gaston calls Etienne who has had no trouble finding a solution.

Say what instructions for constructing the second rectangle Etienne should give Gaston and how he should go about explaining to his friend that the areas of ABCD and DEFG are equal.

Gaston tiene dificultades con el problema de matemáticas siguiente:

«Tenemos un rectángulo ABCD y un segmento [DE] en la prolongatión de [AD]. Construid un rectángulo DEFG de la misma superficie qué ABCD sin que sea necesario medir.»

Le llama a Etienne que ha encontrado una solución.

¿Qué método de construcción debe Etienne transmitir an Gaston y como debe explicarle que los réctangulos ABCD y DEFG tienen la misma superficicie?

* * * * *

Gaston trova difficoltá nel compito di matematica:

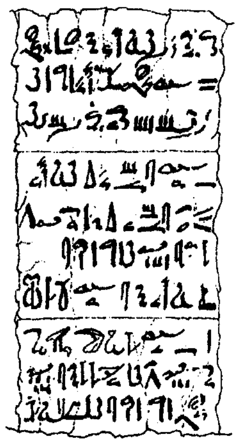
«Dato un rettangolo ABCD e il sgmento DE quale prolungamento di AD, si chiede di costruire un rettangolo DEFG di superficie equivalente a quella di ABCD senza effettuare misure.»

Telefona, pertanto, a Etienne que ha già risolto il problema.

Quale procedura di costruzione deve trasmettere Etienne a Gaston e come può spiegargli che i due rettangoli ABCD e DEFG hanno la stessa area?

Aufgabe 2
5 Punkte

Es geht so, o Pharao!



Zur Zeit der Pharaonen benutzen die Ägypter beim Bruchrechnen in der Regel Stammbrüche. Das sind Brüche, deren Zähler 1 ist.

*) Nenner

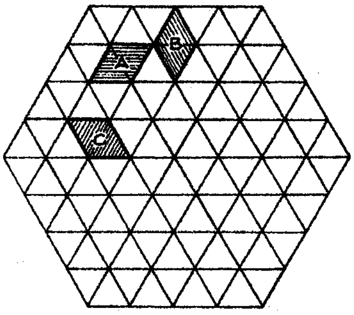
Mit der folgenden Regel aus dem Papyrus Rhind kann man zwei Drittel eines beliebigen Stammbruchs berechnen, dessen ~~Zähler~~*) ungerade ist: *„Fragt man dich, was zwei Drittel sind, so nimm zweimal den Nenner und sechsmal den Nenner. Das Ergebnis ist die Summe der so erhaltenen Stammbrüche. Zwei Drittel von 1/9 sind zum Beispiel 1/18 + 1/54* “.

Trifft diese Regel für alle Stammbrüche mit ungeradem Nenner zu? Erkläre deine Antwort!

Erfinde eine einfachere Regel für Stammbrüche mit geradem Nenner!

Aufgabe 3
10 Punkte

Puzzle 3D



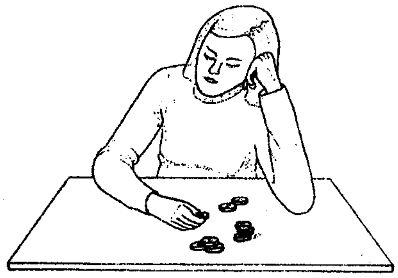
Rémy hat ein regelmäßiges Sechseck vollständig mit Rauten ausgefüllt, die alle kongruent sind und die gleiche Ausrichtung wie Raute A, Raute B oder Raute C haben. Raute A und Rauten mit der gleichen Orientierung wie A färbt er rot, Raute B und Rauten mit der gleichen Orientierung färbt er gelb, Raute C und Rauten mit der gleichen Orientierung färbt er grün.

Am Ende stellt er überrascht fest, dass er von jeder Farbe gleich viele Rauten erhält. Er findet eine Erklärung, als er erkennt, dass seine Figur als perspektivische Darstellung kleiner Würfel aufgefasst werden kann, die in einen großen Würfel eingebettet sind.

Zeichne das Sechseck mit den Rauten und färbe es wie oben beschrieben! Präzisiere die Erklärung von Rémy.

Aufgabe 4
5 Punkte

Drei oder vier



Vor Nathalie und Coralie liegen neun Spielsteine, nummeriert von 1 bis 9.

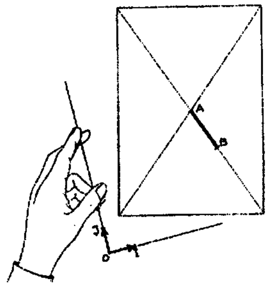
„Wenn ich einen bestimmten Spielstein wegnehme“, meint Coralie, „kann ich die restlichen Steine so in drei Gruppen aufteilen, dass die Summe der Zahlen auf den Steinen bei allen Gruppen die gleiche ist.“

„Mit den 8 Steinen, die du jetzt gerade übrig hast, kannst du sogar vier Gruppen mit dieser Eigenschaft bilden“, entgegnet Nathalie.

Welche Nummer trägt der Spielstein, den Coralie weggenommen hat?

Aufgabe 5
10 Punkte

Ohne System



Markiere auf dem Antwortblatt den Punkt A im Schnittpunkt der Diagonalen. Der Punkt B liegt auf einer der Diagonalen und ist 5 cm von A entfernt.

In einem kartesischen Koordinatensystem mit der Einheit 1 cm hat A die Koordinaten (3/2) und B die Koordinaten (7/5). Aber das Koordinatensystem ist verschwunden.

Konstruiere das Koordinatensystem und erkläre die Konstruktion! Die Verwendung von durchscheinendem Papier oder das Durchdrücken von Punkten ist nicht erlaubt.

Aufgabe 6 – 5 Punkte: MTOAYHUGLJTAGQLJTYO

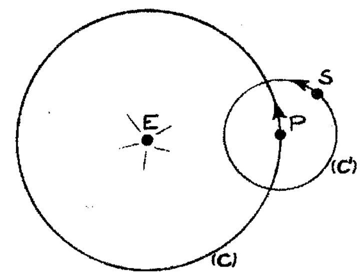
Der Titel dieser Aufgabe ist verschlüsselt.

Zur Verschlüsselung wurde das Codewort MOG verwendet, welches nach der Position der Buchstaben im Alphabet die Zahlenfolge (13; 15; 7) liefert. Im unverschlüsselten Text hat man den ersten Buchstaben durch den ersetzt, welcher im Alphabet an dreizehnter Stelle nach diesem Buchstaben folgt. Um den zweiten Buchstaben des Textes zu ersetzen, muss im Alphabet um 15 Positionen weitergegangen werden. Beim dritten Buchstaben geht man um sieben Positionen weiter. Danach wiederholt sich der Schlüssel.

An der 27. Position steht wieder der Buchstabe A , danach B, und so weiter.

Rekonstruiere den ursprünglichen Text!

Aufgabe 7 – 10 Punkte: Himmelskarussell

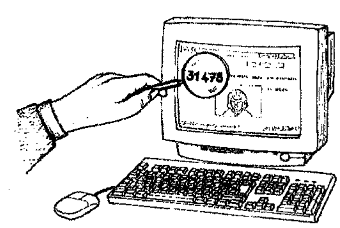


Ein Planet P bewegt sich auf einer Kreisbahn C, in deren Mittelpunkt sich der Stern E befindet. Für einen Umlauf benötigt P 360 Tage, der Betrag der Geschwindigkeit ist konstant, der Bahnradius beträgt 70 000 000 km.

Im Abstand von 10 000 000 km wird der Planet im gleichen Umlaufsinn von einem Satelliten S umrundet. Bezüglich P bewegt sich S gleichförmig auf einem Kreis C‘, der in der selben Ebene wie C liegt. Alle 30 Tage liegen E, P und S in dieser Reihenfolge auf einer geraden Linie.

Zeichne die Bahn, welche S bezüglich E beschreibt! Der Radius von C soll 7 cm und der von C‘ 1 cm betragen. Konstruiere ausreichend viele Positionen von S und zeichne dann die Bahn ein! Beginne mit einer Position bei der E, P und S in dieser Reihenfolge auf einer Geraden liegen.

Aufgabe 8 – 5 Punkte: Nostalgie



Als Rémy in seinen Computer das heutige Datum, den 11. März 1999 eingibt, zeigt dieser auf dem Bildschirm die Zahl 34768 an.

Als er das Datum eingibt, an welchem der Wettbewerb *Mathematik ohne Grenzen* zum ersten Mal durchgeführt wurde, erscheint auf dem Bildschirm die Zahl 31478.

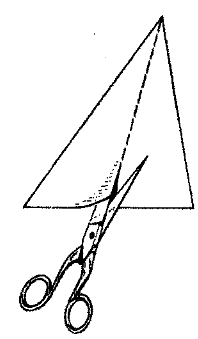
Der Computer ordnet jedem Datum eine natürliche Zahl zu, wobei die Zahl für den unmittelbar darauffolgenden Tag jeweils um 1 größer ist.

Finde mit Hilfe dieser Angaben das Datum und den Wochentag heraus, an dem Mathematik ohne Grenzen zum ersten Mal stattgefunden hat! Erkläre, wie du vorgegangen bist!

Aufgabe 9 – 10 Punkte: Kollage

Ein beliebiges Dreieck wird durch eine Seitenhalbierende in zwei Teildreiecke zerlegt. Um zu veranschaulichen, dass diese Dreiecke flächengleich sind, kann man eines davon durch gerade Schnitte zerschneiden und das andere aus den so erhaltenen Stücken zusammensetzen.

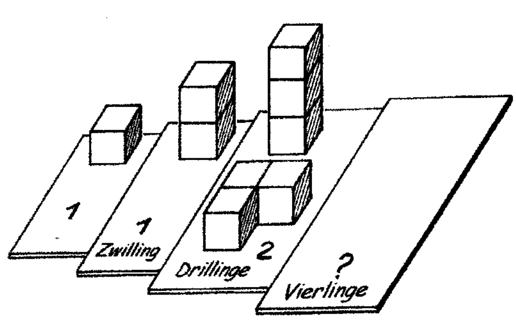
Zeichne das Ausgangsdreieck und eine Seitenhalbierende auf das Anwortblatt. Zeichne bei einem der beiden Teildreiecke ein, wie du es zerschneidest, und begründe diese Zerlegung. Stelle die Teilstücke her und klebe sie auf die zweite Hälfte des Ausgangsdreiecks.



Aufgabe 10 – 15 Punkte: How much?

Aus gleichen Würfeln kann man einen „Zwilling“ und zwei „Drillinge“ zusammensetzen.

Zeichen jeweils ein Schrägbild von allen „Vierlingen“, die man bilden kann.

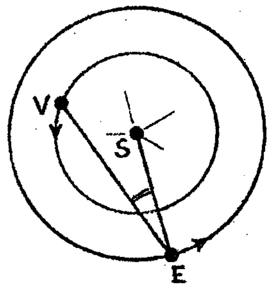


nur für Klasse 11

Aufgabe 11
5 Punkte

Planetenzauber

Der Planet Venus ist manchmal als Morgenstern und manchmal als Abendstern zu sehen. Wie die Erde beschreibt Venus eine fast kreisförmige Bahn um die Sonne, allerdings mit anderer Umlaufzeit. Die Bahnen liegen auch annähernd in der selben Ebene.



Die Astronomen haben beobachtet , dass sich die Größe des Winkels SEV zwar verändert, dabei aber über einen bestimmten Wert nie hinausgeht.

Stelle die Erdbahn durch einen Kreis um S mit dem Radius 5 cm dar! Markiere die Position der Erde durch den Punkt E auf der Kreislinie! Konstruiere die Bahn der Venus unter der Voraussetzung, dass der Maximalwert des Winkels SEV 46° beträgt! Der Bahnradius SE der Erde misst rund $150 \cdot 10^6$ km. Berechne damit den Bahnradius der Venus!

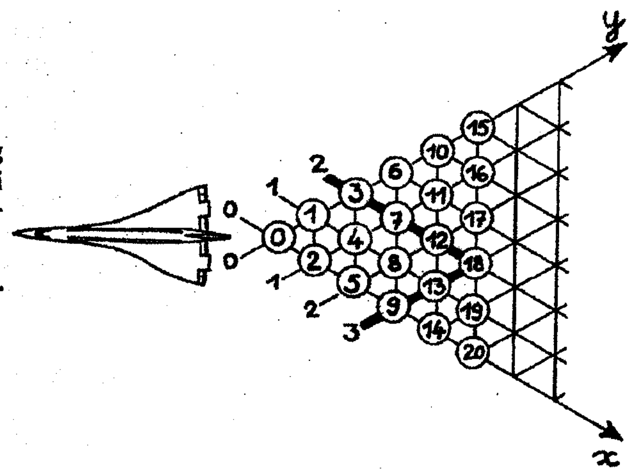
Aufgabe 12
10 Punkte

Systematisch

Die Knoten eines Netzes werden gemäß der Abbildung durchnummeriert. Außerdem besitzt jeder Knoten zwei Koordinaten. Zum Beispiel hat der Punkt mit der Nummer 18 die Koordinaten (3/2).

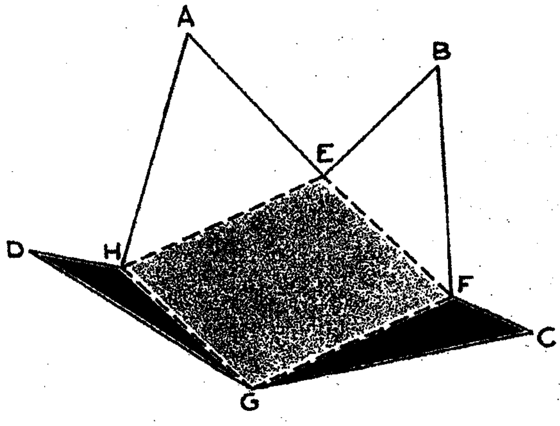
Welche Koordinaten hat der Punkt mit der Nummer 1999?

Begründe deine Antwort!



Aufgabe 13
15 Punkte

Das Geheimnis der Pyramide



An einen freien Nachmittag vertreibt sich Peter die Zeit mit Zirkel und Lineal.

Auf ein Stück Karton zeichnet er ein Quadrat ABCD mit 10 cm langen Seiten. Dann zeichnet er um jeden der vier Eckpunkte einen Viertelkreis durch die sich diagonal gegenüberliegenden Nachbarpunkte der jeweiligen Ecke.

Die Kreisbögen schneiden sich in den Punkten E, F, G und H.

Peter fragt sich, ob das Vieleck AEBFCGDH nicht das Netz einer Pyramide sein könnte.

Prüfe, ob dies der Fall ist, und begründe deine Antwort! Berechne gegebenenfalls die Höhe der Pyramide!

zu Mathematik ohne Grenzen: Übersicht