



Mathematik ohne Grenzen

**Wettbewerb
vom 12. 3. 98**

Institut de Recherche de
l'Enseignement des
Mathématiques

Inspection Pédagogique
Régionale de
Mathématiques

6, rue de la Toussaint
67061 Strasbourg Cedex



- Für die Aufgaben 2, 4, 5, 8 und 9 ist keine Erklärung verlangt. Alle anderen Lösungen müssen begründet werden.
- Die Darstellung wird mitbewertet.
- Für jede Aufgabe ist ein gesondertes Lösungsblatt zu verwenden.

**Aufgabe 1
10 Punkte**

Ganz einfach

Die Lösung dieser Aufgabe soll in einer der vier Fremdsprachen verfasst werden und mindestens 30 Wörter enthalten.

Margot a dans sa main un nombre pair et dans l'autre un nombre impair de pièces.

Nicolas Chuquet dit à Margot:

„Multipliez le nombre de pièces de la main droite par deux et ajoutez y le nombre de pièces de la main gauche. Donnez moi le résultat et je vous dirai, en quelle main se trouve le nombre pair de pièces.“

Expliquer la méthode de Nicolas Chuquet.

Margot has got an even number of coins in one hand and an odd number of coins in the other one.

In order to find out which hand is holding the even number of coins, Nicolas Chuquet says:

“Multiply the number of coins in your right hand by two, add the product to the number of coins in your left hand and give me the result.“

Explain the method of Nicolas Chuquet.

En una mano, Margot tiene un número par de monedas, y en la otra un número impar de monedas.

Nicolas Chuquet le dice a Margot:

„Multiplique usted por dos el número de monedas que tiene en la mano derecha y sume a ello el número de monedas de la mano izquierda. Dígame cuál es el total y le diré en qué mano tiene el número par de monedas.“

Explica el método de Nicolas Chuquet.

Margot ha in una mano un numero pari di monete e nell'altra un numero dispari.

Al fine di trovare in quale mano ci sia il numero pari di monete, Nicolas Chuquet afferma:

„Moltiplicate il numero delle monete della mano destra per due, aggiungetevi il numero delle monete contenute nella mano sinistra e ditemi il risultato.“

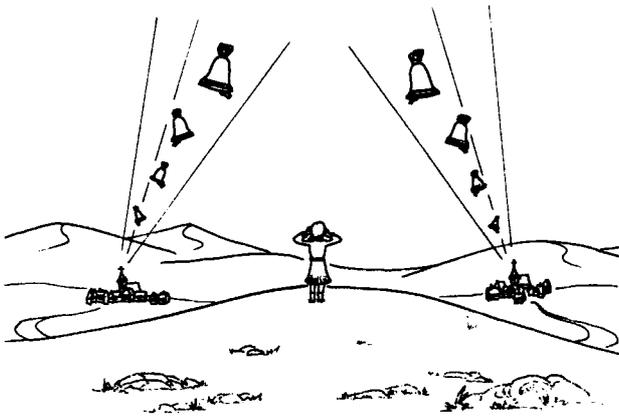
Si spieghi il metodo di Nicolas Chuquet.



Aufgabe 7 10 Punkte

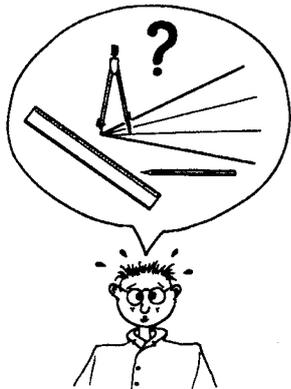
Heimatglocken

Marie geht über die Felder. Sie ist gleich weit von den Kirchtürmen zweier Dörfer entfernt, als die beiden Turmuhren gleichzeitig mit ihrem Stundenschlag einsetzen. Die Schläge der einen Uhr erfolgen im Abstand von 4 Sekunden, während die andere Uhr alle 5 Sekunden schlägt.



Marie kann zwei Schläge unterscheiden, wenn deren Abstand mehr als eine Sekunde beträgt.

Wie spät ist es, wenn Marie dreizehn unterscheidbare Schläge gehört hat? Begründe.



Aufgabe 10 15 Punkte

... und sein geteilter Winkel

Bei seiner Konstruktion zur Dreiteilung eines Winkels mit Hilfe einer Konchoide hat Nikomedes den folgenden Weg beschritten (siehe Abbildung):

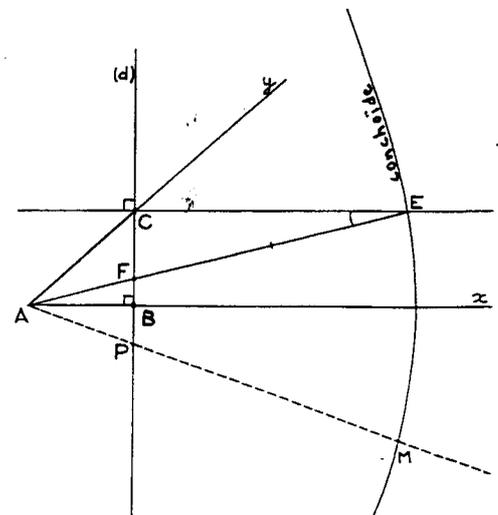
Der Winkel $\angle(xy)$ mit A als Scheitel soll in drei gleich große Teile zerlegt werden. Man wählt einen Punkt C auf y. Durch C zeichnet man die Orthogonale d zu x.

Die als Konchoide bezeichnete Kurve ist nun so festgelegt:

Ist P ein beliebiger Punkt von d und schneidet die Halbgerade [AP] die Konchoide in M, so gilt $\overline{PM} = 2\overline{AC}$.

Zeige: Schneidet die Orthogonale zu d durch C die Konchoide in E, so gilt $\angle BAE = \frac{1}{3}\angle BAC$.

Die Konstruktion der Konchoide ist nicht verlangt.



Aufgabe 8 5 Punkte

Antimagisch

Bei dem abgebildeten magischen Quadrat hat die Summe der Zahlen aus jeder Zeile, aus jeder Spalte und aus jeder Diagonalen stets den selben Wert.



Stelle die neun Zahlen so um, dass die Werte der genannten Summen alle voneinander verschieden sind und gib diese Werte jeweils am Rand des Quadrates an.

Aufgabe 9 10 Punkte

Nikomedes ...

Die Zerlegung eines Winkels in drei gleich große Teile hat die Mathematiker seit der Antike beschäftigt. Allein mit Zirkel und Lineal ist diese Dreiteilung nicht möglich.

Nikomedes fand um 150 v. Chr. eine geometrische Lösung. Er benutzte dazu eine Kurve, die unter dem Namen Konchoide des Nikomedes bekannt wurde. Hier die Konstruktionsbeschreibung einer solchen Kurve:

- Zeichne auf dem Antwortblatt die von oben nach unten verlaufende Symmetrieachse ein und nenne sie d.
- Zeichne die zweite Symmetrieachse senkrecht zu d und auf dieser einen Punkt A, 2 cm links von d.
- Wähle einen Punkt P beliebig auf d und (falls möglich) zwei Punkte M und M' auf der Geraden (AP), die von P 6 cm entfernt sind. M und M' sind Punkte der Konchoide.
- Verändere die Lage von P auf d und wiederhole den Schritt c), um weitere Punkte der Konchoide zu erhalten.

Konstruiere die Kurve Punkt für Punkt. Die beiden Teile, aus denen die Kurve gebildet wird, sollen möglichst lang sein.

nur für Klasse 11

Aufgabe 11
5 Punkte

Who is Who

Peter, Paul und Johannes wollen zum Kostümfest gehen. Für jeden gibt es ein Kostüm: Clown, Gespenst oder Pirat.

„Wenn Johannes als Clown geht, werde ich der Pirat sein!“ ruft Paul. „Aber wenn Johannes sich als Pirat verkleidet, werde ich als Gespenst gehen,“ fügt er hinzu.

„Wenn Paul nicht als Clown geht, verkleide ich mich als Pirat!“ erwidert Peter.

Alle Aussagen sind wahr. Wer geht in welchem Kostüm zum Fest. Erkläre.



Aufgabe 12
10 Punkte

Arbeitsteilung

Germain besitzt zwei Weinberge, von denen der eine doppelt so groß wie der andere ist.

Am ersten Tag der Weinlese sind alle Arbeiter im großen Weinberg beschäftigt. Am zweiten Tag teilen sie sich in zwei gleich große Gruppen. Die eine Gruppe arbeitet im großen Weinberg weiter, während die andere im kleinen beginnt.

Am Ende des zweiten Tages ist der erste Weinberg abgeerntet. Um die Lese im zweiten Weinberg abzuschließen, sind zwei Arbeiter noch einen ganzen weiteren Tag beschäftigt.

Man geht davon aus, dass die Arbeitszeit an allen drei Tagen gleich ist und alle Arbeiter im gleichen Tempo arbeiten.

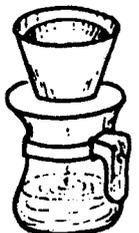
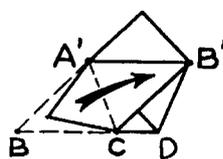
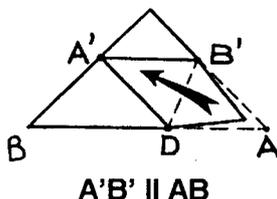
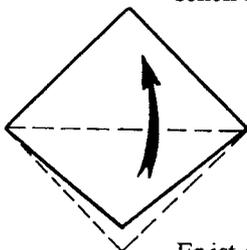
Wie viele Arbeiter waren bei der Lese beschäftigt? Begründe die Antwort.



Aufgabe 13
15 Punkte

Ohne Filter

Pierre sind die Filtertüten ausgegangen. Er nimmt ein quadratisches Küchentuch aus Papier von 21 cm Seitenlänge und faltet sich einen Ersatzfilter, so wie es auf der Abbildung zu sehen ist.



Er ist gespannt, ob seine Tüte in den Filteraufsatz passt. Dazu muß die Strecke CD kleiner als 5 cm sein.

Stelle die Filtertüte her und klebe sie auf das Antwortblatt.

Prüfe rechnerisch, ob die Tüte in den Aufsatz passt. Zeige dazu zunächst, dass die Vierecke DAB'A' und BCB'A' Rauten sind.

Zu Mathematik ohne Grenzen: Übersicht